

Helmut Lange

Rechnen

ohne Taschenrechner

Verblüffende Rechentricks

© des Titels »Rechnen ohne Taschenrechner« (978-3-86882-496-4)
2014 by mvg, Verlag, Münchner Verlagsgruppe GmbH, München
Nähere Informationen unter: <http://www.mvg-verlag.de>

Rechnen ohne Taschenrechner

Vorwort

Liebe Leser,

es gibt durchaus alternative Strategien, sich Lerninhalte einzuprägen und Matheaufgaben zu lösen. Mir war das sehr lange nicht bewusst, da ich keinen Anlass sah, meine althergebrachten Denkweisen infrage zu stellen. So wie ich als Schüler versucht habe, Lerninhalte in den Kopf zu trichtern, konnte ja so schlecht nicht gewesen sein, denn immerhin haben mich diese Strategien auch irgendwie weitergebracht.

Allzu oft habe ich als Schüler nur widerwillig gelernt, da der Lernstoff oft uninteressant war. Heute lerne ich freiwillig Inhalte auswendig, weil ich fasziniert bin von den Denkstrategien, die schon seit Jahrhunderten existieren und kaum ins Bewusstsein der Allgemeinheit vorgedrungen sind. Da spielt der Inhalt nur noch eine Nebenrolle. So lässt sich auch erklären, warum manche Menschen Telefonbücher oder 10000-stellige Zahlen auswendig lernen. Weil sie selbst begeistert sind und vielleicht andere verblüffen wollen, was unser Gehirn imstande ist zu leisten.

In meinen Seminaren macht es riesigen Spaß, den Menschen in nur kurzer Zeit zu zeigen, dass Matheaufgaben wie $16 : 9$; $142 : 9$; 14.232×11 ; 4.444×9 ; oder $2334 : 5$ oft schneller im Kopf gerechnet werden können als mit dem Taschenrechner. Während der eine noch die Aufgabe in den Rechner eintippt, kann der andere mir das Ergebnis schon fehlerfrei aufsagen.

Viele dieser Strategien führen tatsächlich schneller zum Ziel. Einige hingegen sind nicht schneller, aber dafür interessanter. Die Auseinandersetzung mit Alternativen lässt uns aufhorchen und lässt uns Spaß am Denken entwickeln.

Vom alleinigen Durchlesen des Buches werden Sie wahrscheinlich Ihre Denkgewohnheiten nicht über den Haufen werfen.

Viele der vorgeschlagenen Denkalternativen wirken im ersten Augenblick auch komplizierter und aufwendiger als die traditionelle Herangehensweise, die Sie aus der Schule kennen. Wenn Sie sich aber ein bisschen intensiver damit beschäftigen, wird die eine oder andere Denkstrategie auch einen Platz in Ihrem Alltag finden. Ein bisschen Übung ist natürlich auch hier erforderlich.

Mit den Tricks aus diesem Buch verhält es sich ähnlich wie mit dem Schreiben auf der Computertastatur. Wenn Sie es gewohnt sind, mit zwei Fingern zu schreiben, sind Sie wahrscheinlich recht schnell. Wenn Sie aber noch schneller werden wollen, müssen Sie irgendwann mal beginnen, mit zehn Fingern zu schreiben. Das wirkt am Anfang viel komplizierter und ist erst einmal langsamer, aber wenn Sie ein bisschen Übung haben, sind Sie wesentlich schneller.

Das Buch ist so aufgebaut, dass Sie in der Regel pro Doppelseite einen kleinen Aha-Effekt erleben. Ich habe versucht, überflüssigen Text zu vermeiden und die Regeln auf den Punkt zu bringen.

Und jetzt wünsche ich Ihnen viele kleine und große „Aha-Effekte“ beim Ausprobieren der Rechen- und Dencktricks.

Übrigens: Wissen Sie, warum unsere Ziffern so aussehen, wie sie aussehen? Nein.



Für die Form der Ziffern ist die Anzahl der Winkel verantwortlich. Die 1 hat einen Winkel, die 2 zwei Winkel usw.

Aha!

Ihr Helmut Lange

Was? Addieren

Addieren mit 10er-Päckchen

Wozu?

Wenn man mehrere (kleinere) Zahlen miteinander addiert.

Wie?

1. Man addiert die Zahlen nicht unbedingt in der Reihenfolge, wie sie dastehen, sondern man bildet 10er-Päckchen (10, 20, 40, 90 usw.).
2. Addiert man die Zahlen, die zusammen einen runden 10er ergeben, kann man mit den Ergebnissen mühelos weiterrechnen.
3. Zahlen, mit denen man kein 10er-Päckchen bilden kann, werden zum Schluss dazugezählt.

Beispiel: $7 + 1 + 5 + 13 + 9$

$$7 + 13 = 20$$

$$7 + 1 + 5 + 13 + 9 =$$

$$1 + 9 = 10$$

$$20 + 10 = 30 + 5 = \underline{\underline{35}}$$

Mit der übrig gebliebenen 5 kann man kein 10er-Päckchen bilden; dann einfach zum Schluss dazuzählen.

Übung: a) $7 + 4 + 3 + 6$ b) $14 + 2 + 8 + 6 + 3$

Lösung: 33 b) 20 a)

Was? Addieren

Addieren mit 100er-Päckchen

Wozu?

Wenn man mehrere (größere) Zahlen miteinander addiert.

Wie?

1. Man addiert die Zahlen nicht unbedingt in der Reihenfolge, wie sie dastehen, sondern man bildet 100er-Päckchen (100, 400 usw.).
2. Addiert man die Zahlen, die zusammen einen runden 100er ergeben, kann man mit diesem Ergebnis einfacher weiterrechnen.
3. Zahlen, mit denen man keine 100er- oder 10er-Päckchen bilden kann, werden am Ende draufgerechnet.

Beispiel: $30 + 80 + 170 + 3$

$$30 + 170 = 200$$

$$30 + 80 + 170 + 3 =$$

$$80 + 3 = 83$$

$$200 + 83 = \underline{\underline{283}}$$

Die übrig gebliebene 80 und die 3 können nicht zu einem Päckchen gebunden werden; dann zum Schluss addieren.

Übung: a) $120 + 3 + 80 + 4$ b) $640 + 9 + 160 + 7$

c) $110 + 7 + 582 + 1 + 15$

Lösung: a) 207 b) 816 c) 715

Was? Addieren

Addieren durch Runden

Wozu?

Addieren von Zahlen, wobei mindestens eine davon sich in der Nähe einer runden Zahl befindet.

Wie?

1. Die Zahl auf- bzw. abrunden.
2. Die runde Zahl zum anderen Summanden addieren (Zwischenergebnis).
3. Die Füllzahl vom Zwischenergebnis abziehen bzw. zum Zwischenergebnis addieren.

Beispiel 1 (aufrunden): 297 + 266

Summanden auf die nächste runde Zahl aufrunden

$$\begin{array}{r}
 297 + 266 = \\
 \rightarrow 300 (-3) + 266 = \\
 566 - 3 = \underline{\underline{563}}
 \end{array}$$

Beispiel 2 (abrunden): 202 + 557

Summanden auf die nächste runde Zahl abrunden

$$\begin{array}{r}
 202 + 557 = \\
 \rightarrow 200 (+2) + 557 = \\
 757 + 2 = \underline{\underline{759}}
 \end{array}$$

Übung: a) 274 + 102 b) 453 + 395 c) 4558 + 290

Lösung: a) 376 b) 848 c) 4848

Was? Addieren

Addieren 10er plus 1er extra

Wozu?

Wenn man Schwierigkeiten hat, 2- oder 3-stellige Zahlen schnell zu addieren, kann man diese Methode anwenden.

Wie?

1. Die Zehner der beiden Summanden addieren (Zwischenergebnis 1). Ohne die 0 rechnen und dann die 0 wieder ans Ergebnis anfügen.
2. Die Einer der beiden Summanden addieren (Zwischenergebnis 2).
3. Die beiden Zwischenergebnisse addieren.
4. Auf Überträge achten.

Beispiel 1: $37 + 86$

$$\begin{array}{r}
 37 \\
 + 86 \\
 \hline
 \end{array}$$

$3(0) + 8(0) = 11(0)$
 $7 + 6 = 13$
 $110 + 13 = \underline{\underline{123}}$
 + 1 Übertrag

Übung:

a) $74 + 13$ b) $52 + 95$ c) $77 + 194$ d) $123 + 66$

Lösung: 81 189 (a) 271 172 (b) 147 18 (c) 87 28 (d)

Was? Addieren

Addieren in der Nähe von 1000

Wozu?

Eine Zahl um 100 oder 1000 zu einer anderen Zahl addieren.

Wie?

1. Ist die zu addierende Zahl (zweiter Summand) 999, dann gilt: Hinten (Einer) eins weg und einfach eins davorsetzen.
2. Fehlen noch Einer auf Tausend (z. B. 997), dann gilt: Hinten (Einer) die fehlenden Einer (3) weg und vorne (Tausender) 1 dazu.
3. Das gilt natürlich auch umgekehrt für Zahlen knapp über Tausend: Die überzähligen Einer (z. B. bei $1003 = 3$) hinten (Einer) dazuzählen.

Beispiel 1: $752 + 999$

T H Z E

7 5 2 (erster Summand)

+ 9 9 9 (zweiter Summand)

1 Tausender dazu *1 7 5 1* *1 Einer weg*

in der Leserichtung rechnen: von links nach rechts 

Übung:

a) $1273 + 999$ b) $2453 + 997$ c) $4558 + 995$ d) $119 + 99$

Lösung: a) 2272 b) 3450 c) 5553 d) 218

Was? Addieren

Gruppentrick Addition

Wozu?

Eine mehrstellige Zahl zu einer mehrstelligen Zahl addieren.

Wie?

1. Die beiden Summanden untereinander schreiben.
2. Die Zahlen in überschaubare 2er-Gruppen aufteilen.
3. Jetzt addiert man paarweise.
4. Bevor man das Ergebnis auf sagt, sollte man überprüfen, wo es Überträge gibt.

Vorteil: Man rechnet von links nach rechts und kann das Ergebnis ziemlich schnell aufsagen.

Beispiel 1: $14362333 + 23653431$

$$\begin{array}{r}
 14 \mid 36 \mid 23 \mid 33 \\
 + 23 \mid 65 \mid 34 \mid 31 \\
 \hline
 37 \mid 101 \mid 57 \mid 64 \\
 + 1 \text{ Übertrag} \\
 \swarrow \\
 38 \mid 01 \mid 57 \mid 64 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

in der Leserichtung rechnen: von links nach rechts

Übung:

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } 16 \mid 22 \mid 33 \mid 53 \\
 + \underline{62 \mid 51 \mid 12 \mid 31} \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{b) } 12 \mid 43 \mid 33 \mid 14 \mid 53 \\
 + \underline{21 \mid 23 \mid 62 \mid 43 \mid 25} \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{c) } 4 \mid 15 \mid 51 \\
 + \underline{5 \mid 88 \mid 45} \\
 \hline
 \end{array}$$

Lösung: a) 78734584 b) 2466955778 c) 100396

Was? Subtrahieren

Subtrahieren von 10/100 usw.

Wozu?

X-beliebige Zahlen von 10/100/1000/10000 usw. abziehen

Wie?

1. Die Zahl mit den Nullen (Minuend) oben hinschreiben.
2. Die abzuziehende Zahl (Subtrahend) unter die Nullen schreiben. Hunderter-Zehner-Einer (H-Z-E) unter Hunderter-Zehner-Einer.
3. Die Hunderter des Subtrahenden plus die Hunderter des Ergebnisses ergeben zusammen immer 9.
4. Die Zehner des Subtrahenden plus die Zehner des Ergebnisses ergeben zusammen immer 9.
5. Die Einer des Subtrahenden plus die Einer des Ergebnisses ergeben zusammen immer 10.
6. Da man das Ergebnis von links nach rechts ausrechnet, kann man das Ergebnis sofort aufsagen.
7. Während man eine Zahl spricht, kann die nächste Zahl schon ausgerechnet werden.
8. Da man im Deutschen die Einer vor den Zehnern spricht, rechnet man auch direkt nach den Hundertern die Einer und dann zum Schluss die Zehner aus.

Beispiel 1:

	H	Z	E		
	1	0	0	0	(Minuend)
-	3	4	6		(Subtrahend)
	+	+	+		
	6	5	4		
	=9	=9	=10		

Beispiel 2:

So richtig beeindruckend kann man bei großen Zahlen!

$$\begin{array}{r}
 1.000.000.000 \\
 - 446.774.613 \\
 \hline
 + 553.225.387 \\
 \hline
 =9 \quad =10
 \end{array}$$

Übung:

1a) 10	1b) 10	2a) 1,00 €	2b) 1,00 €
<u> 8</u>	<u> 3</u>	<u> 0,33 €</u>	<u> 0,68 €</u>

3a) 1000	3b) 1000	3c) 1000	3d) 1000
<u> 363</u>	<u> 478</u>	<u> 591</u>	<u> 327</u>

4a) 10000	4b) 10000	4c) 10000
<u> 8749</u>	<u> 1539</u>	<u> 6679</u>

Lösung:

1a) 2	1b) 7	2a) 0,67 €	2b) 0,32 €
3a) 637	3b) 522	3c) 409	3d) 673
4a) 1251	4b) 8461	4c) 3321	

Was? Subtrahieren

Subtrahieren um die 1000

Wozu?

Eine Zahl um 100/1000 von einer anderen Zahl subtrahieren.

Wie?

1. Ist die abzuziehende Zahl (Subtrahend) 999, dann gilt: Hinten (Einer) 1 dazu und vorne (Tausender) 1 weg. Fertig.
2. Fehlen noch Einer auf Tausend (z. B. 997), dann gilt: Hinten (Einer) die fehlenden Einer (3) dazu und vorne (Tausender) 1 weg.
3. Das gilt natürlich auch umgekehrt für Zahlen knapp über Tausend: Die überzähligen Einer (z. B. bei 1003 = 3) hinten (Einer) abziehen.

Beispiel 1: Eins unter 1000: 1547 – 999

<i>einen Tausender weg</i>	<i>H</i>	<i>Z</i>	<i>E</i>	<i>1 auf Tausend = + 1 daher 1 dazu</i>
→ 1	5	4	7	<i>(Minuend)</i>
–	9	9	9	<i>(Subtrahend)</i>
	<hr style="border: 0.5px solid black;"/>	<hr style="border: 0.5px solid black;"/>	<hr style="border: 0.5px solid black;"/>	
	5	4	8	←

Beispiel 2: knapp unter 1000: 2672 – 995

<i>einen Tausender weg</i>	<i>H</i>	<i>Z</i>	<i>E</i>	<i>5 auf Tausend = + 5 daher 5 dazu</i>
→ 2	6	7	2	<i>(Minuend)</i>
–	9	9	5	<i>(Subtrahend)</i>
	<hr style="border: 0.5px solid black;"/>	<hr style="border: 0.5px solid black;"/>	<hr style="border: 0.5px solid black;"/>	
	1	6	7	←

Beispiel 3: Eins über 1000: 1547 – 999

<i>einen Tausender weg</i>	H	Z	E	<i>1 über Tausend = - 1 daher 1 abziehen</i>
→ 1	5	4	7	<i>(Minuend)</i>
- 1	0	0	1	<i>(Subtrahend)</i>
	5	4	6	←

Beispiel 4: knapp über 1000: 2672 – 1006

<i>einen Tausender weg</i>	H	Z	E	<i>6 auf Tausend = - 6 daher 6 abziehen</i>
→ 2	6	7	2	<i>(Minuend)</i>
- 1	0	0	6	<i>(Subtrahend)</i>
	1	6	6	←

Übung:

1a) 1223	1b) 1475	1c) 2991	1d) 1880
- 999	- 997	- 992	- 993

2a) 1763	2b) 1651	2c) 5662
- 1001	- 1003	- 1009

Lösung:

1d) 887	2c) 4653	2a) 762
1c) 1999	1b) 478	1a) 224

Was? Subtrahieren

Subtrahieren mit Plus

Wozu?

Einfacher Trick, um zwei Zahlen voneinander abzuziehen.

Wie?

1. Der Subtrahend wird auf den nächsten Zehner erhöht.
2. Den gleichen Wert, um den man den Subtrahenden auf den nächsten 10er (oder 100er) erhöht, nimmt man und addiert ihn auf den Minuenden.
3. Nur 10er abzuziehen ist einfacher als Zehner und Einer.

Beispiel 1: 342 - 27

$$\begin{array}{r} 342 \\ - 27 \\ \hline \end{array} + 3$$

*Plus 3 auf den nächsten
Zehner: 27 plus 3 = 30*

$$\begin{array}{r} 345 \\ - 30 \\ \hline 315 \end{array}$$

Die neue Aufgabe ist einfacher zu rechnen.

Beispiel 2: 1561 - 352

$$\begin{array}{r} 1561 \\ - 352 \\ \hline 1569 \\ - 360 \\ \hline 1209 \end{array}$$

*Plus 8 auf den nächsten
Zehner: 352 plus 8 = 360
Die neue Aufgabe ist einfacher zu rechnen.*

Beispiel 3 auf den nächsten 100er: 1308-145

$$1\ 3\ 0\ 8 + 55$$

$$- 1\ 4\ 5 + 55$$

$$\begin{array}{r} 1\ 3\ 6\ 3 \\ - 2\ 0\ 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\underline{\underline{1\ 1\ 6\ 3}}$$

Plus 55 auf den nächsten
Hunderter: 145 plus 55 = 200

Die neue Aufgabe ist einfacher zu rechnen.

Übung:

1a) 114	1b) 239	1c) 215	1d) 556
- 7	- 19	- 56	- 98

2a) 1753	2b) 5652	2c) 5922
- 433	- 568	- 449

Übung: auf den nächsten 100er

3a) 1753	3b) 5352	3c) 5772
- 783	- 588	- 689

Lösung:

1a) 107	1b) 220	1c) 159
2a) 1320	2b) 5084	2c) 5473
3a) 970	3b) 4764	3c) 5083
1d) 458		

© des Titels »Rechnen ohne Taschenrechner« (978-3-86882-496-4)
2014 by myg Verlag, Münchner Verlagsgruppe GmbH, München
Nähere Informationen unter: <http://www.myg-verlag.de>

Was? Multiplizieren

Gruppentrick x 3

Wozu?

Eine mehrstellige Zahl mit 3 multiplizieren.

Wie?

1. Die Zahl in überschaubare Gruppen aufteilen.
2. Senkrechte Striche zwischen den Ziffern ziehen.
3. Jede Gruppe wird jetzt einzeln mit 3 multipliziert.
4. Bei Überträgen: Zur linken Gruppe dazuzählen.

Beispiel 1: 7238×3

$$\begin{array}{r}
 7 \mid 23 \mid 8 \quad \times 3 = \\
 21 \mid 69 \mid 24 \\
 \underline{21 \mid 71 \mid 4}
 \end{array}$$

Beispiel 2: 2341171×3

$$\begin{array}{r}
 23 \mid 41 \mid 17 \mid 1 \quad \times 3 = \\
 69 \mid 123 \mid 51 \mid 3 \\
 \underline{70 \mid 123 \mid 51 \mid 3}
 \end{array}$$

Übung:

a) 1234441×3

b) 34522212×3

Lösung:

a) 3703323 b) 103566636

Was? Multiplizieren

3er-Trick nach Trachtenberg

Wozu?

Dieser Trick zeigt, wie man eine x-stellige Zahl im Kopf mit 3 multiplizieren kann.

Wie?

Der Trachtenberg-Trick $\times 3$ lautet folgendermaßen:

1. Die Einer werden von 10 abgezogen und dann verdoppelt. Die 5 wird dann dazuaddiert, wenn es sich um eine ungerade Zahl handelt.
2. Alle anderen Ziffern (Zehner, Hunderter usw.) werden von 9 abgezogen und verdoppelt. 5 addieren, wenn die Ziffer ungerade ist. Zusätzlich: Plus halber Nachbar.
3. Letzte Ziffer 0: Halber Nachbar minus 2.

Tipp

Weil man bei diesem Trick die Einer erst auf sagt, dann die Zehner usw., kann man mit den „Händen merken“ (siehe Seite 74).

Beispiel ohne Übertrag: 888×3

$$0888 \times 3 = \underline{\underline{2664}}$$

- | | | |
|--|---|---|
| 1. Die 8 ($10 - 8 \text{ mal } 2 = 4$) ist 4 | → | 4 |
| 2. Die 8 ($9 - 8 \text{ mal } 2 = 2$) plus $\frac{1}{2}$ Nachbar (4) = 6 | → | 6 |
| 3. Die 8 ($9 - 8 \text{ mal } 2 = 2$) plus $\frac{1}{2}$ Nachbar (4) = 6 | → | 6 |
| 4. Letzte Ziffer 0: $\frac{1}{2}$ Nachbar (4) minus 2 = 2 | → | 2 |