DARIO BEDNARSKI

MATHE FÜR ANTIMATHEMATIKER

Mittelstufe 8. – 10. Klasse

ALGEBRA

riva

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie. Detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Für Fragen und Anregungen
info@rivaverlag.de

Originalausgabe
1. Auflage 2019

Nymphenburger Straße 86
D-80636 München
Tel.: 089 651285-0
Fax: 089 652096

Umschlagabbildungen: istock.com/Gile68, shutterstock.com/frankie’s, bigstockphoto.com/Ivelin Radkov
Druck: Florjancic Tisk d.o.o., Slowenien
Printed in the EU

ISBN Print 978-3-7423-1281-5

Danksagung

Ich danke dir! Danke für dein Vertrauen, dass du das Buch gekauft hast und danke für deine Motivation, dass du das Buch aufgeschlagen hast. Ich danke ganz besonders auch allen Lesern und Käufern meines ersten Buches „Mathe für Antimathematiker – Analysis“, vor allem denen, die mein Buch auf Amazon bewertet haben und es weiterempfohlen haben.

Durch den großartigen Erfolg des ersten Buches konnte ich dieses zweite Buch schreiben und hoffe, dass dieses Buch mindestens genausovielen Menschen die Furcht vor der Mathematik wegnimmt und gleichzeitig das Verständnis der Mathematik näher bringt.

Ich möchte Freunden und der Familie für Mut und Unterstützung danken, wobei ich meinen großen Bruder Philip Bednarski besonders hervorheben möchte, der mir vor allem beim Korrekturlesen und beim Feinschliff des Buches geholfen hat.

VORWORT

...blabla..............................bla.........bla......................bla................bla........bla...
..bla............bla.............blabla......... bla.........bla.....................blabla...bla..........
..............blabla....... bla.........bla.....................blabla...bla.......blabla….bla……..
..............blabla.........................blablablabla......... ..blabla.. ..blabla.. ..blabla…..
.....bla..........[diesen].............blabla...........bla...........blabla....blabla..........bla...
………....blabla.........................bla..bla....................bla...bla..........................bla...
….[Scheiß].................bla.........blabla.......bla...........blabla..................blablaaa.
bla.....bla........blablablabla....................blaaaaablaaabla.........bla....................
blabla...bla.............blabla……bla…bla……………….bla…………..blabla……
..............blabla.......................blabla................................blabla………blablabla.
......bla......blabla.......bla..............blablabla....................blabla...bla............bla...
...blabla......blabla.............................[liest].............blabla......bla......blabla……
...........blabla...................................blabla.............blablabla......................bla..
..blabla.........blablabla..[sich].......blabla.........blablabla…………..bla…..bla...
bla..........bla.....................blabla...bla.......bla……bla.bla………blabla………..
..............blabla.......blabla...............bla.........bla……bla…blabla……bla……..
...........bla..................................blablabla…….blablabla.........bla..................
..blabla...bla............blaaaaaahaha…….blahahahaha…….blablabla………..
..............blabla.............bla.........blablablabla.........blabla……blablabla……..
..blabla...................[eh]blablablabla.........bla.....................blabla...bla.......bla...
..............blabla...................................blablabl.[keiner]blabla.......bla.........bla...
................bla..........blabla.............blablabla...........
bla.................blablabla...[durch]blablabla.........bla.
.......blablablabla......blablabla.............bla.........bla...
..... ……blabla.

Hochachtungsvoll,
Dario Bednarski

Wichtige Anmerkungen

Eine Sache ist mir besonders wichtig. Ich gehe davon aus, dass du jemand bist, der Mathe gar nicht leiden kann. Vielleicht hast du sogar einen regelrechten Hass auf dieses Fach/Thema und willst damit am liebsten gar nichts zu tun haben. Ich habe viele solcher Schüler/innen kennengelernt und kann dir sagen: Ich verstehe dich! In anderen Fächern ging es mir nämlich ähnlich.

Ich kann dir aber auch sagen, dass der Grund für deine Abneigung zur Mathematik dein *noch* fehlendes Verständnis dafür ist. Würdest du sie verstehen, dann würdest du sie mögen. Denn mit Verständnis hast du Erfolg und Erfolg macht Spaß.

Warum fehlt dir nun dieses Verständnis? Ich glaube <u>nicht</u>, dass dir dafür das Talent fehlt oder du es nicht verstehen kannst. Vielmehr wolltest du es bisher nicht verstehen, weil du vielleicht dachtest, dass Mathe uncool ist, nur etwas für Streber ist oder es hat dir bisher niemand so beigebracht, wie es für dich verständlich ist. Ich glaube an dich!

Jetzt stelle dir vor, du würdest dieses Buch mit dieser Abneigung zur Mathematik lesen und dir die ganze Zeit denken: „Schön, dass ich dieses Buch hier lese, Mathe ist trotzdem scheiße und ich werde es sowieso nie verstehen." Mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit wird es dann genauso eintreffen. Du wirst Mathe immer noch blöd finden und nicht viel schlauer sein als vor dem Lesen des Buches. Deswegen spar dir bitte die Zeit dieses Buch mit dieser Einstellung zu lesen. Das wird nicht viel bringen.

Entscheide dich jetzt bewusst, Mathe verstehen zu wollen. Egal wie bescheuert das klingen oder aussehen mag, aber geh bitte kurz in dich und sag dir selbst: „Ich will Mathe verstehen!"

Hast du das getan? Wenn nicht, dann tu es jetzt! Das ist wirklich wichtig!

Ok, herzlichen Glückwunsch. Das war wahrscheinlich ein revolutionärer Schritt für dich und der Anfang eines einfachen Verständnisses der Mathematik. Legen wir nun mit dem Willen Mathe verstehen zu wollen los.

Absolute Basics

Klären wir doch hier am Anfang kurz ein paar grundlegende Dinge:

Begriffe der Grundrechenarten

Addition bzw. „Plusrechnen“

Die **Addition** ist das „Plusrechnen“. Du zählst **Summanden** zusammen und erhältst als Ergebnis eine **Summe**. Das Verb lautet „**addieren**“.

$$Summand + Summand = Summe$$

Beispiel: $5 + 2 = 7$

Subtraktion bzw. „Minusrechnen“

Die **Subtraktion** ist das „Minusrechnen“. Du ziehst vom **Minuend** den **Subtrahenden** ab und erhältst als Ergebnis die **Differenz**. Das Verb lautet „**subtrahieren**“.

$$Minuend - Subtrahend = Differenz$$

Beispiel: $7 - 2 = 5$

Multiplikation bzw. „Malrechnen“

Die **Multiplikation** ist das „Malrechnen“. Du nimmst zwei (oder mehr) **Faktoren** miteinander mal und erhältst als Ergebnis das **Produkt**. Das Verb lautet „**multiplizieren**“.

$$Faktor \cdot Faktor = Produkt$$

Beispiel: $7 \cdot 2 = 14$

Division bzw. „geteilt rechnen“

Die **Division** ist das „geteilt rechnen“. Du teilst den **Dividenden** durch den **Divisor** und erhältst als Ergebnis den **Quotienten**. Das Verb lautet „**dividieren**“.

$$\boxed{Dividend : Divisor = Quotient}$$

Beispiel: $14 \div 2 = 7$

Allgemeines: Operator und Operand

Lass dich nicht von diesen weiteren Fachbegriffen abschrecken – denn bisher kamen Operator und Operand bereits vor.

- der **Operator** ist (einfach gesagt) das Rechenzeichen, also „plus“, „minus“, „mal“ oder „geteilt“ und
- der **Operand** ist die Zahl vor bzw. nach dem Operator.

Schauen wir uns nochmal die Addition an. Hier heißen die Operanden „Summand“ und der Operator ist das „Pluszeichen“. Bei einer Subtraktion hingegen heißen die Operanden Minuend und Subtrahend und der Operator ist das Minuszeichen. Was denkst du, wie der Operator und die Operanden bei einer Multiplikation bzw. bei einer Division heißen? Denk mal drüber nach ☺. Eselsbrücke: Das Tor steht in der Mitte.

$$5 + 2 = 7$$

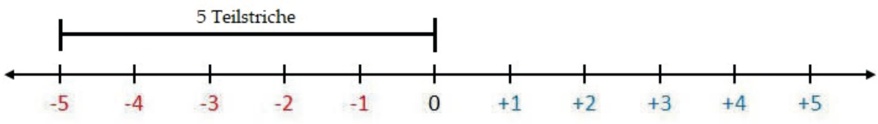
Operand Operator Operand

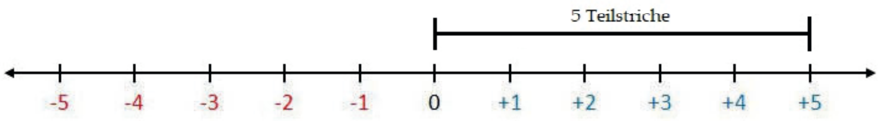
Zusammenfassung (Begriffe der Grundrechenarten)

- Addition (Plusrechnen): $Summand + Summand = Summe$
- Subtraktion (Minusrechnen): $Minuent - Subtrahend = Differenz$
- Multiplikation (Malrechnen): $Faktor \cdot \mathrm{Faktor} = \mathrm{Produkt}$
- Division (geteilt rechnen): $Dividend : Divisor = Quotient$
- Operator ist das Rechenzeichen
- Operand entspricht der Zahl vor und nach dem Operator

Der Betrag

Das ist super einfach! Der Betrag ist nämlich der **Abstand zur 0**. Da ein Abstand nur positiv sein kann, ist auch der Betrag einer Zahl immer positiv.





Der Betrag wird mit jeweils einem senkrechten Strich auf der linken und auf der rechten Seite geschrieben, z.B. $|-5|$, und so ausgesprochen: „Betrag von minus fünf". Und was ist der Betrag von -5? Genau, einfach nur 5, also ohne das Minus. Und der Betrag von 5 ist wieder 5, bleibt also gleich.

$$|-5| = 5$$
$$|5| = 5$$

Brüche und Dezimalzahlen – eine Welt

Was ergibt eigentlich $13 - \frac{2}{3} =$? Kannst du es sofort und schnell im Kopf berechnen? Wenn nicht, dann kann es gut sein, dass du „die Welt der Brüche" und „die Welt der Dezimalzahlen" als zwei verschiedene Welten ansiehst. Das ist falsch. Beides ist dasselbe, nur anders dargestellt. So kann zum Beispiel die Zahl 0,75 auch als $\frac{3}{4}$ angegeben werden. Es ist nur eine andere Ausdrucksweise für ein und dieselbe Zahl.

Es ist sehr wichtig, dass du von deinem Verständnis her <u>nicht</u> „einmal in Brüchen" und „einmal in Dezimalzahlen" denkst. Ich habe ein paar

Aufgaben für dich auf Seite 107 vorbereitet, die dir das ganze nochmal verständlich machen sollen. Und nur so nebenbei … $13 - \frac{2}{3}$ ist übrigens $12\frac{1}{3}$.

Ein paar Umformungen zwischen Brüchen und Dezimalzahlen solltest du immmer aus dem Ärmel schütteln können. Lerne diese auswendig und du wirst viele Aufgaben schneller berechnen als alle anderen.

$\frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$	$\frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\%$	$\frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\%$
$\frac{1}{3} = 0{,}\overline{3} = 33{,}\overline{3}\%$	$\frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6} = 16{,}\overline{6}\%$	$\frac{1}{9} = 0{,}\overline{1} = 11{,}\overline{1}\%$
$\frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$	$\frac{1}{7} \approx 0{,}14 \approx 14\%$	$\frac{1}{10} = 0{,}1 = 10\%$

Variablen

Ok ... ich weiß, vielen wird schlecht, wenn Sie das Wort „Variablen“ nur hören. Wie ist das bei dir? ;) Was löst dieses Wort in dir aus? Die meisten „Antimathematiker“ verbinden mit Variablen zumindest nichts Positives. Hohle einmal tief Luft, denn das werden wir jetzt ändern!

Was ist das?

Eine Variable ist sozusagen ein Platzhalter. Und dieser Platzhalter ist – wer hätte es gedacht?! – „variabel“. Das bedeutet „veränderbar“ bzw. „nicht auf eine Möglichkeit beschränkt“. Er könnte also mal den einen Wert haben und mal den anderen. Für einen Platzhalter könnten theoretisch verschiedene Zahlen eingesetzt werden. Da wir aber von Anfang an nicht genau wissen, welche Zahlen eingesetzt werden sollen oder es mehrere Möglichkeiten gibt, schreiben wir eben eine Variable hin, anstatt konkrete Zahlen.

Ein Beispiel: Du willst mit 2 Freunden ins Kino und euch stehen mehrere Kinos zur Auswahl, bei denen der Preis pro Ticket jeweils unterschiedlich ist. Wie berechnest du die Kosten für den Abend?

An sich eine total einfache Aufgabe. Du musst nur 3-mal (weil ihr zu dritt seid) den jeweiligen Ticketpreis nehmen. Um das vereinfacht hinzuschreiben, kannst du sagen:

$$Kosten \ = \ 3 \cdot Ticketpreis$$

Logisch, oder? Und dann ist es in der Mathematik auch noch so, dass eine Variable nur aus einem Buchstaben besteht und nicht aus einem ganzen Wort (Mathematiker sind schreibfaul! ☺). Also nehmen wir halt nur einen Buchstaben:

$$k = 3 \cdot p$$

Zusammenfassen von Termen

Das Zusammenfassen von Termen ist super praktisch. Es erleichtert dir schwierige Aufgaben schneller zu berechnen.

Im Endeffekt darfst du nie vergessen, dass für eine Variable eine Zahl eingesetzt werden könnte. Wenn du also einen Term zusammenfasst, wie zum Beispiel $3x + 2x$, dann ist das Ergebnis $5x$.

$3x + 2x = 5x$

Das könnten wir jetzt kontrollieren, indem wir eine beliebige Zahl für x einsetzen. Nehmen wir doch mal die Zahl 2.

$3x + 2x = 5x$ $\quad | \; x = 2 \rightarrow$ das bedeutet, wir setzen für x eine 2 ein
$3 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 5 \cdot 2$
$6 + 4 = 10$
$10 = 10$

Die letzte Zeile $10 = 10$ sagt dir, dass es richtig ist, weil 10 eben gleich 10 ist. Machen wir noch ein Negativbeispiel. Sagen wir $3x + 2$ sei $5x$.

$3x + 2 = 5x$ $\quad | \; x = 2$
$3 \cdot 2 + 2 = 5 \cdot 2$
$6 + 2 = 10$
$8 = 10$

Wie du weißt, ist 8 eben nicht gleich 10. Deswegen können wir auch sagen, dass $3x + 2$ nicht gleich $5x$ ist. Also können wir schonmal nicht eine Zahl mit Variable und eine Zahl ohne Variable miteinander addieren.

Eigentlich musst du beim Zusammenfassen von Termen nur zwei Dinge wissen:

1. Addieren und Subtrahieren geht nur mit gleicher Variable
2. Multiplizieren und Dividieren geht immer

Und dann gibt es noch paar „Schreibweisen", die du verstehen solltest:

Term	Erklärung
$\boldsymbol{3 \cdot x = 3x}$	Das „Mal-Zeichen" zwischen einer Zahl und einer Variablen kann weggelassen werden
$\boldsymbol{1x = x}$	Eins Mal eine Variable ergibt genau die Variable. Deswegen kann die Eins auch weggelassen werden
$\boldsymbol{x + x = 2x}$	Ist eigentlich nichts Besonderes. X und x ergibt eben 2x, genauso wie 3 plus 3 gleich 2 mal 3 ergibt.
$\boldsymbol{x \cdot x = x^2}$	Auch das ist nichts Besonderes.
$\boldsymbol{x \cdot y = xy}$	Genauso wie zwischen einer Zahl und einer Variablen das „Mal-Zeichen" weggelassen werden kann, kann es auch zwischen Variablen weggelassen werden
$\boldsymbol{\frac{x}{5} = \frac{1}{5}x}$	Hiermit haben viele Schüler/innen das größte Verständnisproblem. Merk dir einfach, dass es egal ist, ob die Variable im Zähler steht oder auf der Höhe des Bruchstrichs.
$\boldsymbol{\frac{3x}{7} = \frac{3}{7}x}$	Hier gilt die selbe Erklärung wie eben, nur dass keine 1 vor dem x steht, sondern in dem Fall eine 3.

Ein paar Beispiele:

$x + x = 2x$

$7a - 3a = 4a$

$2b + 7a = 2b + 7a$ → hier kannst du nichts zusammenfassen. Manche Lehrer wollen die Variablen alphabetisch sortiert haben, dann könntest du also sagen: $2b + 7a = 7a + 2b$

$3x - 5b + 2x = -5b + 5x$ oder auch $5x - 5b$

$2 + 7t + 8 - 2t = 5t + 10$ → auch hier sehen es Lehrer meistens lieber, wenn zuerst die Zahlen mit Variable geschrieben werden und danach die ohne.

Das kannst du schon mal auf Seite 107 üben.

Zusammenfassung (Variablen)

1. Variablen sind Platzhalter, für die Zahlen eingesetzt werden können. Sie werden durch einen kleinen Buchstaben ausgedrückt.
2. Addieren und subtrahieren ist nur mit gleichen Variablen möglich,
3. aber multiplizieren und dividieren kannst du auch mit unterschiedlichen Variablen.

Distributivgesetz (=ausmultiplizieren) und ausklammern

Wichtig beim Zusammenfassen von Termen ist noch das Distributivgesetz (= ausmultiplizieren) und das Ausklammern. Beim

Distributivgesetz (bzw. Ausmultiplizieren)

wird etwas mal eine Summe/Differenz in Klammern genommen, zum Beispiel:

$$5a \cdot (4a + 7)$$

Das könntest du berechnen, indem du die $5a$ mal die $4a$ nimmst und die $5a$ mal die 7.

$$5a \cdot (4a + 7) = 5a \cdot 4a + 5a \cdot 7$$

Vergiss an dieser Stelle nicht das $a \cdot a = a^2$ ist. Und dann könntest du noch weiter zusammenfassen:

$$20a^2 + 35a$$

Das Gegenteil vom Distributivgesetz ist das

Ausklammern

Dabei klammerst du einen Teil aus einem Term aus. Sieh dir dafür mal folgendes Beispiel an:

$$12y - 6$$

Wenn du diesen Term ansiehst und dabei etwas ausklammern willst, dann musst du herausfinden, was in beiden Teilen des Terms vorkommt. Also welche Zahl oder welche Variable kann durch alle Teile des Terms **dividiert** werden? Bei diesem Beispiel könntest du die 3 ausklammern, weil du $12y$ durch 3 rechnen kannst, genauso wie -6 durch 3. Vielleicht fällt dir aber auch auf, dass du, anstatt der 3, die 6 ausklammern könntest, weil du sowohl $12y$ durch 6 teilen kannst als auch -6 durch 6. Es ist immer besser die größtmögliche Zahl auszuklammen bzw. so viel wie möglich.

Also klammerst du die 6 aus. Dafür teilst du die $12y$ durch 6 und die -6 durch 6:

$$12y : 6 = 2y$$
$$-6 : 6 = -1$$

Und damit bist du eigentlich schon fertig. Das Ergebnis muss nur noch hingeschrieben werden:

$$12y - 6 = 6(2y - 1)$$

Dann wünsche ich dir viel Spaß beim Üben auf Seite 107.

Zahlen in Variablen einsetzen

Ich habe weiter oben ja schon beschrieben, dass Variablen *variabel* sind, weil verschiedene Zahlen für eine Variable eingesetzt werden können. Wenn du also einen Term hast, zum Beispiel: $7x - 2$, dann könnte eine Aufgabe lauten: Setze die Zahl 4 für x ein und berechne das Ergebnis.

Das könntest du ja gleich mal machen:

$7x - 2 \qquad |x = 4$
$= 7 \cdot 4 - 2$
$= 28 - 2$
$= 26$
Wenn du also die Zahl 4 für x in den Term $7x - 2$ einsetzt, kommt 26 raus. So einfach ist das. Jetzt darfst du die Zahl -15 einsetzen und berechnen, was da rauskommt:

$7x - 2 \qquad |x = -15$
$= 7 \cdot (-15) - 2$
$= -105 - 2$
$= -107$
Das Ganze kannst du auch auf Seite 108 ein bisschen üben.

Mengenlehre: natürliche Zahlen und so

Manchmal werden die möglichen Zahlen, die für eine Variable eingesetzt werden können, eingegrenzt bzw. genauer definiert. Das sieht dann zum Beispiel so aus:

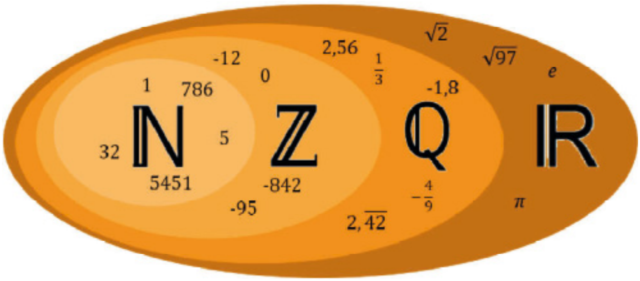
$$n \in \mathbb{N}$$

In diesem Fall ist die Variable n ein Element der natürlichen Zahlen. Nur was könnten denn die natürlichen Zahlen sein und welche Zahlenmengen gibt es noch? Genau das will ich dir hier erklären.

- Es fängt mit den natürlichen Zahlen ($Symbol$: $\mathbb{N}$) an. Das sind alle positiven ganzen Zahlen, also 1, 2, 3, 4, 5, …
- Die nächste Stufe sind die ganzen Zahlen ($Symbol$: $\mathbb{Z}$). Diese Zahlenmenge umfasst sowohl die natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$, als auch die negativen, ganzen Zahlen. Also … -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...
- Als nächstes kommen die rationalen Zahlen (Symbol: $\mathbb{Q}$) dazu. Dass eine Zahl „rational" ist, mag zwar etwas seltsam klingen, aber das liegt daran, dass es sich um alle Zahlen handelt, die du dir noch irgendwie vorstellen kannst. Dazu gehören alle Zahlen, die du als Bruch angeben kannst. Also $\ldots \frac{3}{4}, \frac{1}{9}$, 3,5 ….

- Als Letztes kommen die reellen Zahlen (*Symbol* $\mathbb{R}$). Da könntest du dir denken, was es noch über die rationalen Zahlen hinaus geben könnte...!? Die Antwort: Das sind unendlich lange Zahlen, wie zum Beispiel Wurzeln, Pi oder die Euler´sche Zahl e. Diese kannst du nämlich nicht als Bruch darstellen und ehrlich gesagt, kann man sie sich auch nicht vorstellen.

Im Bild siehst du, dass jeweils die nächste Menge, die Zahlen der Mengen davor mit beinhaltet.



Menge von Variablen definieren: $x \in \mathbb{N}$ und so

Was (nach meinen Erfahrungen) leider nie so wirklich in der Schule erklärt wird, ist, warum manche Variablen definiert werden. Beispiele:

1. x wobei gilt $x \in \mathbb{N}$
2. $\sqrt{x}$ wobei gilt $x \in \mathbb{R}_0^+$
3. $\frac{1}{x}$ wobei gilt $x \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$

Was könnte das bedeuten und warum steht das da überhaupt?! Fangen wir mit der Bedeutung an.

Bedeutung

1. $x \in \mathbb{N}$ heißt
   „x ist ein Element der Menge der natürlichen Zahlen"
2. $x \in \mathbb{R}_0^+$ heißt
   „x ist ein Element der Menge der positiven reellen Zahlen inklusive der Null"

3. $x \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ heißt
   „x ist ein Element der Menge der reellen Zahlen außer der Null“

Und noch mal im Einzelnen

- x… steht für die Variable, um die es geht
- $\in$ bedeutet „…ist Element aus…“
- $\notin$ bedeutet „…ist nicht Element aus …“
- und $\mathbb{N}$ sind die natürlichen Zahlen
- Das „+“ bei $\mathbb{R}_0^+$ bedeutet, dass nur die positiven Zahlen gemeint sind
- Die „0“ bei $\mathbb{R}_0^+$ bedeutet, dass die Null auch gemeint ist, weil es nicht genau definiert ist, ob die Null nun zu den positiven oder negativen Zahlen gehört
- Der Backslash „\“ bedeutet „außer“. Damit können Zahlen ausgeschlossen werden. Diese müssen in geschwungenen Klammern stehen.

Machen wir mit Beispiel 2 weiter: $\sqrt{x}$ wobei gilt x$\in \mathbb{R}_0^+$

Jetzt denk mal ein bisschen weiter darüber nach. Wenn x ein Element der positiven reellen Zahlen einschließlich der Null ist, was könnte x dann nicht sein?

Richtig, x könnte nicht negativ sein. Und das führt uns schon zum „Warum“.

Grund

Warum steht da $x \in \mathbb{R}_0^+$ hinter dem Term $\sqrt{x}$? Im Endeffekt steht es da, weil es sonst falsch wäre. Stell dir mal vor, da steht nur $\sqrt{x}$ und x würde nicht genauer definiert sein. Dann könntest du für x einfach alles einsetzen. Also auch eine negative Zahl und damit würdest einen mathematischen Fehler bekommen. Du kannst nämlich nicht die Wurzel aus negativen Zahlen ziehen. (Kannst es ja mit dem Taschenrechner ausprobieren.) Weil für x also aus mathematischen Gründen keine negative Zahl eingesetzt werden kann,