

Helmut Lange

Besser  
**RECHNEN**  
ohne Taschenrechner

Erstaunliche  
Rechentricks

mvgverlag 

# Vorwort

In der Schule wird das Kopfrechnen kaum noch vermittelt. Werden wir im Alltag mit Rechenaufgaben konfrontiert, sind Smartphone und Taschenrechner meist auch gleich zur Hand. Warum sich den Kopf zerbrechen, wenn es uns allen doch so leicht gemacht wird? Wir verlernen, einfachste mathematische Aufgaben im Kopf zu rechnen, und tippen  $20 : 5$  oder  $7 \times 9$  in den Taschenrechner ein. Dabei kann Kopfrechnen auch richtig Spaß machen, gerade dann, wenn man ein paar Rechentricks oder Denkalternativen anwendet, die den meisten unbekannt sind. Somit ist dem Kopfrechner oft die Bewunderung der anderen sicher, ähnlich wie bei einem Zaubertrick. Und wie es eben so ist mit Zaubertricks: Zaubertricks verrät man nicht.

Aber wie soll das Erlernen von Kopfrechnen gelingen? Gilt nicht: Einmal Mathemuffel, immer Mathemuffel?

Durch die Vermeidung von Zwischenergebnissen, die sich kaum einer merken kann, durch das Ersetzen komplexer Rechenschritte in mehrere einfache Rechenschritte oder durch die Neugestaltung der Reihenfolge der Rechenschritte, um damit unser Gehirn weniger zu belasten, könnte ein Anfang gemacht sein. Wenn möglich, versucht man auch noch von links nach rechts zu rechnen, um ziemlich schnell das Ergebnis aufsagen zu können.

Ziel dieses Buches ist es, das Interesse am Kopfrechnen zu erhöhen. Vielleicht wirst du nicht gleich Kopfrechenweltmeister, aber darum geht es ohnehin nicht. Es ist schon viel erreicht, wenn du bei den nächsten kleinen mathematischen Herausforderungen den Taschenrechner in der Tasche lässt und stattdessen den Kopf benutzt.

Vieles im vorliegenden Buch wird dir womöglich neu erscheinen, es sei denn, du hast dich schon vorher mit der Kunst des Kopfrechnens auseinandergesetzt und bist kein Neuling mehr auf diesem Gebiet. Während der erste Teil – *Rechnen ohne Taschenrechner* – eher eine Art systematisch geordnetes Nachschlagewerk ist, nähert sich das vorliegende Buch Schritt für Schritt den alltäglichen Rechenfeldern wie Prozentrechnen, Berechnen von Wechselgeld, Teilen und Multiplizieren auf einfachstem Niveau.

Ihr Helmut Lange

# Teilen und Multiplizieren mit 10/100

## Multiplizieren mit 10

Wenn du eine ganze Zahl mit 10 multiplizierst, dann hänge einfach eine 0 ans rechte Ende der Zahl. Die Zahl wird dadurch um das 10-fache größer.

$$23 \times 10 = 230$$

Bei einer Zahl mit Komma verschiebt man das Komma um eine Stelle nach rechts.

$$2,30 \times 10 = 23,0 = 23$$

Angenommen, hinter dem Komma steht nur noch eine Null, dann kannst du die Null und das Komma komplett weglassen.

## Teilen durch 10

Das Teilen funktioniert so ähnlich wie das Multiplizieren, nur anders herum. Eine ganze Zahl teilst du durch 10, indem du das Komma um eine Stelle von rechts nach links verschiebst.

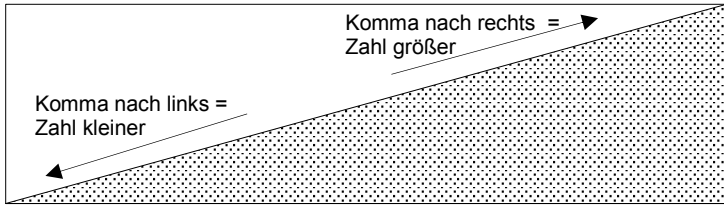
Eine ganze Zahl mit Komma darzustellen, ist meist überflüssig, es sei denn, es handelt sich um eine Währungsangabe. Anstelle von 23 € schreibt man häufig 23,00 € mit Komma. Zum besseren Verständnis stellen wir uns das Komma vor, um es beim Teilen verschieben zu können.

$$23 : 10 = 23,0 : 10 = 2,3$$

Wenn du eine Zahl durch 10 teilst und links vom Komma nichts mehr steht, setze dort einfach eine Null ein.

$$2,3 : 10 = 2,3 : 10 = 0,23$$

Verschiebt sich das Komma nach links, wird die Zahl kleiner. Verschiebt sich das Komma nach rechts, wird die Zahl größer.



## Teilen und Multiplizieren mit 100

Ähnlich wie beim Teilen und Multiplizieren mit der 10 verhält es sich mit der 100. Einziger Unterschied: Wenn du eine Zahl mit 100 multiplizierst, dann verschiebt sich das Komma um zwei Stellen nach rechts.

$$23,35 \times 100 = 2345,00$$

Bei einer glatten Zahl (Zahl ohne Komma) hängst du am rechten Ende zwei Nullen an.

$$2 \times 100 = 200$$

Beim Teilen verschiebt sich das Komma dementsprechend um zwei Stellen nach links.

$$123,4 : 100 = 1,234$$

Wenn du eine glatte Zahl mit Nullen durch 100 teilst, dann streiche zwei Nullen weg.

$$2000 : 100 = 20$$

Das Teilen durch 100 spielt beim Rechnen mit Prozenten eine Rolle.

Das Verschieben des Kommas funktioniert auch dann, wenn du mit 1000 multiplizierst oder durch 1000 teilst. In diesem Fall verschiebt sich das Komma um drei Stellen nach rechts bzw. links.

# Halbieren und Verdoppeln

## Multiplizieren mit 2 (Verdoppeln)

Beim Verdoppeln einer Zahl addierst du die Zahl einmal mit sich selbst.

$$0 + 0 = 0$$

$$1 + 1 = 2$$

$$2 + 2 = 4$$

$$3 + 3 = 6$$

$$4 + 4 = 8$$

einstellige Ergebnisse

$$5 + 5 = 10$$

$$6 + 6 = 12$$

$$7 + 7 = 14$$

$$8 + 8 = 16$$

$$9 + 9 = 18$$

zweistellige Ergebnisse

Es fällt dir vielleicht auf, dass die Ergebnisse von „0 + 0“ bis „4 + 4“ einstellig sind und die Ergebnisse von „5 + 5“ bis „9 + 9“ zweistellig. Also: Wenn du die Ziffern von 0 bis 4 mit 2 multiplizierst, dann kommen einstellige Ergebnisse raus. Wenn du die Ziffern von 5 bis 9 verdoppelst, dann erhältst du zweistellige Ergebnisse. Diese Feststellung ist wichtig, wenn du mehrstellige Zahlen verdoppeln möchtest.

$$11 + 11 = 22$$

$$12 + 12 = 24$$

$$21 + 21 = 42$$

$$33 + 33 = 66$$

$$34 + 34 = 68$$

$$42 + 42 = 84$$

Bei der Verdopplung der kleinsten zweistelligen Zahl (also 10) bleibt das Ergebnis zweistellig:

$$10 + 10 = 20$$

Ist die Zehnerstelle kleiner als 5, so bleibt das Ergebnis zweistellig:

$$49 + 49 = 98$$

Ist der Zehner größer oder gleich 5, so wird das Ergebnis bei der Verdopplung dreistellig:

$$50 + 50 = 100$$

Selbst bei der Verdopplung der größten zweistelligen Zahl (also 99) ist das Ergebnis immer noch dreistellig:

$$99 + 99 = 188$$

Größere Zahlen werden verdoppelt, indem man die Zahl zunächst in Gruppen aufteilt:

$$215456 = \boxed{2} \boxed{15} \boxed{456}$$

Gruppe 1 / Gruppe 2 / Gruppe 3

Gruppe 1: Einstellige Ziffern kleiner als 5

Gruppe 2: Zweistellige Zahlen, deren Einer größer oder gleich 5 ist

Gruppe 3: Dreistellige Zahlen, deren Einer und Zehner jeweils größer oder gleich 5 sind

Am linken Rand jeder Gruppe muss die Ziffer kleiner als 5 sein.

Am rechten Rand von Gruppe 2 und Gruppe 3 muss die Ziffer größer oder gleich 5 sein.

Beim Verdoppeln bleibt die Gruppe 1 einstellig, Gruppe 2 zweistellig und Gruppe 3 dreistellig.

Wenn du die einzelnen Gruppen jetzt verdoppelst, hast du bereits das Ergebnis:

$$4/30/912$$

Der große Vorteil bei dieser Vorgehensweise ist, dass du von links nach rechts rechnest und du gleich mit Aufschreiben des Ergebnisses beginnen kannst.

Unterteile die Zahl erst in Gruppen, bevor du sie verdoppelst.

a)  $1342625 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

b)  $4206601 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

c)  $3250714 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

d)  $8125091 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

e)  $2924902 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

f)  $4924097 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

Lösungen:

a) $1/3/4/26/25 \times 2 = 2/6/8/52/50$	e) $29/2/49/0/2 \times 2 = 58/4/98/0/4$
b) $4/2/066/0/1 \times 2 = 8/4/132/0/2$	f) $49/2/4/097 \times 2 = 98/4/8/194$
c) $3/25/07/1/4 \times 2 = 6/50/14/2/8$	
d) $8/1/25/09/1 \times 2 = 16/2/50/18/2$	

Wenn viele Ziffern größer oder gleich 5 hintereinanderstehen, dann wird es ein bisschen schwieriger. Gehe wie folgt vor:

$$756 \times 2 =$$

Zuerst den Hunderter verdoppeln:	Das Doppelte von 700 = 1400
Dann den Zehner verdoppeln:	Das Doppelte von 50 = 100
Dann den Einer verdoppeln:	Das Doppelte von 6 = 12
Und am Ende alles addieren:	

$$1400 + 100 + 12 = 1512$$

Mit der gleichen Methode kannst du auch größere Zahlengruppen wie Tausender oder Zehntausender verdoppeln.

Beispiel mit Tausender:

$$5.566 \times 2 = 10.000 + 1000 + 120 + 12 = 11.132$$

Beispiel mit Zehntausender:

$$95.655 \times 2 = 180.000 + 10.000 + 1200 + 100 + 10 = 191310$$

Jetzt bist du dran:

a)  $558 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

b)  $569 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

c)  $666 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

d)  $578 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

e)  $5699 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

f)  $55889 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

Lösungen:

f)  $100.000 + 10.000 + 1600 + 180 + 18 = 111.778$

e)  $10.000 + 1200 + 180 + 18 = 11.398$

c)  $1200 + 120 + 12 = 1332$

b)  $1000 + 100 + 16 = 1116$

d)  $1000 + 140 + 16 = 1156$

a)  $1000 + 120 + 18 = 1138$

Auch Zahlen mit einem Komma kannst du mithilfe dieses Tricks verdoppeln.

$$243,82 \times 2 =$$

Gruppen bilden

$$2/4/3,8/2 \times 2 =$$

Gruppen verdoppeln

$$4/8/7,6/4$$



Deine Aufgaben: Teile in Gruppen auf

a)  $41,08 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

b)  $2,204 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

c)  $2,251 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

d)  $0,228 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

e)  $9,123 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

f)  $5,527 \times 2 =$  \_\_\_\_\_

Lösungen:

e) $9,112/3 \times 2 = 18,2/4/6$	f) $5,527 \times 2 = 11,0/54$
c) $2,251 \times 2 = 4,50/2$	d) $0,228 \times 2 = 0,4/56$
a) $41,08 \times 2 = 82,1/6$	b) $2,204 \times 2 = 4,4/0/8$

Merke: Bilde Gruppen, die beim Verdoppeln keine Stelle hinzubekommen.

## Teilen durch 2 (Halbieren)

Wenn du die Denkabkürzung beim Multiplizieren mit der 2 verstanden hast, wird dir der nächste Schritt auch nicht schwerfallen. Beim Teilen durch die Zahl 2 verwendest du den gleichen Rechentrick und drehst ihn nur um.

Also: Halbiere eine Zahl, indem du sie in Gruppen aufteilst und anschließend die Gruppen halbiert. Wichtig dabei ist, dass am rechten Rand einer Gruppe immer eine gerade Ziffer steht.

$$1234 : 2 =$$

Gruppen bilden

$$12/34 : 2 =$$

Gruppen halbieren

$$6/17$$

Weil bei ungeraden Ziffern das Halbieren immer mit Hälften endet, musst du beim Gruppieren darauf achten, dass der Einer der Gruppe eine gerade Ziffer ist. Wir wollen hier keine halben Sachen machen.

Halbieren von Ziffern

$$0 : 2 = 0$$

$$5 : 2 = 2,5$$

$$1 : 2 = 0,5$$

$$6 : 2 = 3$$

$$2 : 2 = 1$$

$$7 : 2 = 3,5$$

$$3 : 2 = 1,5$$

$$8 : 2 = 4$$

$$4 : 2 = 2$$

$$9 : 2 = 4,5$$

Falsch gruppiert:

Wenn du hier die Gruppen halbierst, kommen Halbe heraus.

$$250328 : 2 =$$

$$25/03/8 : 2 = 12,5/01,5/4$$

Richtig gruppiert:

Wenn du hier die Gruppen halbierst, kommen ganze Zahlen heraus.

$$250328 : 2 =$$

$$2/50/38 : 2 = 1/25/19$$

Wenn du eine zweistellige Gruppe halbiert, muss sie zweistellig bleiben. 18 halbiert ist 09. Für eine Gruppe, die drei- oder mehrstellig ist, gilt das natürlich ebenfalls. 110 halbiert ist 055. Alles klar?

Rechne selbst. Nicht vergessen Gruppen zu bilden.

a)  $123456 : 2 =$  \_\_\_\_\_

b)  $880014 : 2 =$  \_\_\_\_\_

c)  $325062 : 2 =$  \_\_\_\_\_

d)  $9011070 : 2 =$  \_\_\_\_\_

e)  $9901226 : 2 =$  \_\_\_\_\_

f)  $9701326 : 2 =$  \_\_\_\_\_

Lösungen:

- a)  $12/34/56 : 2 = 6/17/28$       e)  $990/12/26 : 2 = 495/06/13$   
 b)  $8/8/0/0/14 : 2 = 4/4/0/0/07$       f)  $970/132/6 : 2 = 485/066/3$   
 c)  $32/50/6/2 : 2 = 16/25/3/1$       d)  $90/1110/70 : 2 = 45/055/35$

Jetzt kannst du auch Zahlen mit Komma halbieren.

$143,82 : 2$

Gruppen bilden  $14/3,8/2 : 2 =$

Gruppen halbieren  $7/1,9/1$

© des Titels » Besser rechnen ohne Taschenrechner« (978-3-96121-077-0)  
 2017 by mvv Verlag, Münchner Verlagsgruppe GmbH, München  
 Nähere Informationen unter: <http://www.mvv-verlag.de>

Deine Aufgaben: Teile erst in Gruppen auf.

a)  $4,808 : 2 =$  \_\_\_\_\_

b)  $2,304 : 2 =$  \_\_\_\_\_

c)  $22,56 : 2 =$  \_\_\_\_\_

d)  $0,838 : 2 =$  \_\_\_\_\_

e)  $8,123 : 2 =$  \_\_\_\_\_

f)  $5,521 : 2 =$  \_\_\_\_\_

Wenn am Ende eine ungerade Ziffer steht, dann lass beim Halbieren einfach das Komma weg.

Lösungen:

e) $8,12/3 : 2 = 4,06/1(,)5$	f) $5,52/1 : 2 = 2,76/0(,)5$
c) $2/2,56 : 2 = 1/1,28$	d) $0,8/38 : 2 = 0,4/19$
a) $4,8/0/8 : 2 = 2,4/0/4$	b) $2,3/0/4 : 2 = 1,15/2$

Ist die letzte Ziffer eine ungerade Ziffer, dann kannst du sie durch 2 teilen.

$$321 : 2 =$$

$$32/1 : 2 = 16/0,5$$

Bei zwei- und mehrstelligen Zahlen, die ausschließlich aus ungeraden Ziffern bestehen, ist das Halbieren ähnlich wie beim Verdoppeln etwas schwieriger.

### Beispiel 1

$$79 : 2 =$$

Zuerst den Zehner halbieren: Die Hälfte von 70 = 35

Dann den Einer halbieren: Die Hälfte von 9 = 4,5

Jetzt alles addieren:

$$35 + 4,5 = 39,5$$

Hier führt eine andere Vorgehensweise vielleicht schneller zum Ergebnis: 79 auf 80 aufrunden, halbieren (= 40) und dann noch einen halben Einer abziehen (= 39,5).

### Beispiel 2

$$553 : 2 =$$

Zuerst den Hunderter halbieren: Die Hälfte von 500 = 250

Dann den Zehner halbieren: Die Hälfte von 50 = 25

Als Nächstes den Einer halbieren: Die Hälfte von 3 = 1,5

Und am Ende alles addieren:

$$250 + 25 + 1,5 = 276,5$$

Jetzt bist du wieder dran:

a)  $551 : 2 =$  \_\_\_\_\_ b)  $759 : 2 =$  \_\_\_\_\_

c)  $333 : 2 =$  \_\_\_\_\_ d)  $573 : 2 =$  \_\_\_\_\_

e)  $695 : 2 =$  \_\_\_\_\_ f)  $197 : 2 =$  \_\_\_\_\_

Lösungen:

f) $50 + 45 + 3,5 = 98,5$	e) $300 + 45 + 2,5 = 347,5$
d) $250 + 35 + 1,5 = 286,5$	c) $150 + 15 + 1,5 = 166,5$
b) $350 + 25 + 4,5 = 379,5$	a) $250 + 25 + 0,5 = 275,5$

# Teilen und Multiplizieren mit der 5 und der 9

## Teilen durch 5 (Zahlen ohne Komma)

Ziel ist es, Zahlen im Kopf durch 5, 50 oder 500 zu teilen, aber auch durch die kleineren Verwandten der 5 wie 0,5 oder 0,05 usw.

$$16 : 5 =$$

Teile eine ganz Zahl durch 5, indem du sie erst verdoppelst und anschließend durch 10 teilst. Das Teilen durch 10 lässt das Komma um eine Stelle nach links wandern.

Schritt 1:

$$16 \times 2 = 32$$

verdoppeln

Schritt 2:

$$32,0 : 10 = 3,2$$

durch 10 teilen

Deine Aufgaben:

a)  $11 : 5 =$  \_\_\_\_\_ b)  $12 : 5 =$  \_\_\_\_\_

c)  $31 : 5 =$  \_\_\_\_\_ d)  $24 : 5 =$  \_\_\_\_\_

e)  $41 : 5 =$  \_\_\_\_\_ f)  $44 : 5 =$  \_\_\_\_\_

g)  $51 : 5 =$  \_\_\_\_\_ h)  $111 : 5 =$  \_\_\_\_\_

i)  $123 : 5 =$  \_\_\_\_\_ j)  $151 : 5 =$  \_\_\_\_\_

k)  $261 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$  l)  $888 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

m)  $998 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$  n)  $589 : 5 = \underline{\hspace{2cm}}$

Lösungen:

n)  $1000 + 160 + 18 = 1178$

l)  $1600 + 160 + 16 = 1776$

m)  $2 \times 1000 - 4 = 1996$

g)  $10,2$  h)  $22,2$  i)  $24,6$  j)  $30,2$  k)  $52,2$

a)  $2,2$  b)  $2,4$  c)  $6,2$  d)  $4,8$  e)  $8,2$  f)  $8,8$

Manchmal ist es tatsächlich einfacher, um die Ecke zu denken, als den direkten Weg zu nehmen. Das kannst du am Beispiel mit der 5 gut erkennen. Eine Zahl zu verdoppeln und dann durch 10 zu teilen, ist einfacher, als sie durch 5 zu teilen. Es kommt aber das Gleiche dabei raus. Denn 5 Zwillingspaare müssen durch 10 teilen ( $\times 2$  und  $:10$ ), während 5 Geschwister durch 5 teilen müssen ( $:5$ ). Logo, oder?

Jetzt kommt der gleiche Trick nur anders herum – und wird deshalb auch nicht schwieriger.

## Multiplizieren mit 5 (kleine Zahl)

Um eine Zahl mit 5 zu multiplizieren, multipliziere sie erst mit 10 und halbiere sie anschließend. Beim Multiplizieren mit 10 hängst du eine Null an oder verschiebst das Komma – falls vorhanden – um eine Stelle nach rechts.

$$16 \times 5 =$$

Schritt 1:

$$16 \times 10 = 160$$

(mit 10 multiplizieren)

© des Titels » Besser rechnen ohne Taschenrechner« (978-3-96121-077-0)  
 2017 by mvv Verlag, Münchner Verlagsgruppe GmbH, München  
 Nähere Informationen unter: <http://www.mvv-verlag.de>

Schritt 2:

$$160 : 2 = 80$$

(halbieren)

Deine Aufgaben:

a)  $1,2 \times 5 = \underline{\quad}$  b)  $2,4 \times 5 = \underline{\quad}$

c)  $6,4 \times 5 = \underline{\quad}$  d)  $3,2 \times 5 = \underline{\quad}$

e)  $2,8 \times 5 = \underline{\quad}$  f)  $42 \times 5 = \underline{\quad}$

g)  $32 \times 5 = \underline{\quad}$  h)  $44 \times 5 = \underline{\quad}$

i)  $58 \times 5 = \underline{\quad}$  j)  $22,2 \times 5 = \underline{\quad}$

k)  $12,2 \times 5 = \underline{\quad}$  l)  $1,52 \times 5 = \underline{\quad}$

m)  $26,1 \times 5 = \underline{\quad}$  n)  $88,8 \times 5 = \underline{\quad}$

o)  $0,3 \times 5 = \underline{\quad}$  p)  $0,02 \times 5 = \underline{\quad}$

Lösungen:

a) 6	b) 12	c) 32	d) 16	e) 14	f) 210
g) 160	h) 220	i) 290	j) 111	k) 61	l) 7,6
m) 130,5	n) 444	o) 1,5	p) 0,1		

## Multiplizieren mit 5 (große Zahlen)

Um eine große Zahl mit 5 zu multiplizieren, multipliziere sie erst mit 10 (Null anhängen oder Komma nach rechts verschieben) und bilde dann von links nach rechts Gruppen, die du halbieren kannst, also ausschließlich gerade Zahlen.